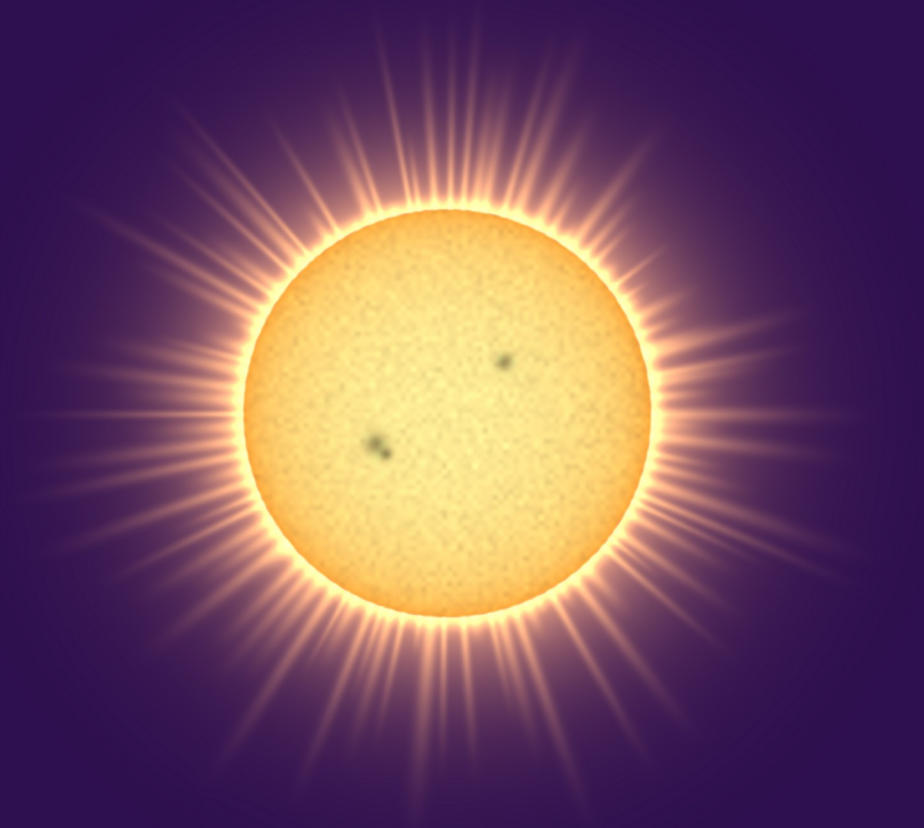


التحصيلي

تجميع القوانين

إعداد وتصميم: د. رنيا فؤاد فتحي

نور الشمس

الصف الأول الثانوي

المنطق والتبرير

العبارة	الرمز	المعنى
النفي	$\sim p$	عكس قيمة صواب p ؛ تقرأ: ليس p.
الوصل	$p \wedge q$	تقرأ: p و q ؛ تكون صحيحة فقط إذا صحت العبارتان معًا.
الفصل	$p \vee q$	تقرأ: p أو q ؛ تكون خاطئة فقط إذا خطئت العبارتان معًا.
الشرطية	$p \rightarrow q$	تكون خاطئة في حالة واحدة فقط: الفرض p صحيح والنتيجة q خاطئة.

p	q	$\sim p$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$
T	T	F	T	T	T
T	F	F	F	T	F
F	T	T	F	T	T
F	F	T	F	F	T

العبارة المرتبطة	صيغتها	طريقة تكوينها
الشرطية	$p \rightarrow q$	الأصل.
العكس	$q \rightarrow p$	تبديل الفرض بالنتيجة.
المعكوس	$\sim p \rightarrow \sim q$	نفي الفرض ونفي النتيجة.
المعاكس الإيجابي	$\sim q \rightarrow \sim p$	عكس المعكوس: يكافئ الشرطية الأصلية في قيمة الصواب.

قانون الفصل المنطقي: إذا صحت العبارة $p \rightarrow q$ وصح الفرض p فإن النتيجة q صحيحة.

قانون القياس المنطقي: إذا صحت العبارتان $p \rightarrow q$ و $q \rightarrow r$ فإن $p \rightarrow r$ صحيحة.

المسلمات والعلاقات الهندسية

المسلمة	نصها
1	من نقطتين يمر مستقيم واحد فقط.
2	من ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة يمر مستوى واحد فقط.
3	المستقيم يحوي نقطتين على الأقل، والمستوى يحوي ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة.

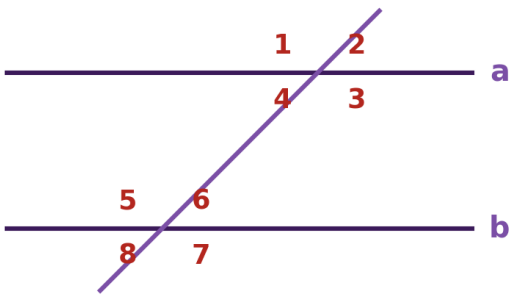
4	إذا وقعت نقطتان في مستوى فالمستقيم المار بهما يقع كله في ذلك المستوى.
5	يتقاطع المستقيمان في نقطة واحدة فقط، ويتقاطع المستويان في مستقيم.

الزاويتان المتكاملتان: مجموعهما 180° (مثل زاويتين متجاورتين على مستقيم).
الزاويتان المتتامتان: مجموعهما 90°.
التطابق: مكملتا الزاوية نفسها (أو زاويتين متطابقتين) متطابقتان، وكذلك متممتاهما.

المستقيمات المتوازية والمتعامدة

الزاويتان	العلاقة عند قطع مستقيم مستعرض لمستقيمين متوازيين
المتناظرتان	متطابقتان.
الداخليتان المتبادلتان	متطابقتان.
الخارجيتان المتبادلتان	متطابقتان.
الداخليتان المتحالفتان	متكاملتان (مجموعهما 180°).

الموضوع	القانون
الميل	$m = (y_2 - y_1) \div (x_2 - x_1)\,,\, x_1 \neq x_2$
صيغة الميل والمقطع	$y = mx + b$
صيغة النقطة والميل	$y - y_1 = m(x - x_1)$
التوازي والتعامد	المستقيمان المتوازيان ميلهما متساو، والمتعامدان حاصل ضرب ميليهما $= -1$.
منتصف القطعة	$((x_1 + x_2) \div 2\,,\, (y_1 + y_2) \div 2)$
المسافة بين نقطتين	$d = \sqrt{((x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2)}$



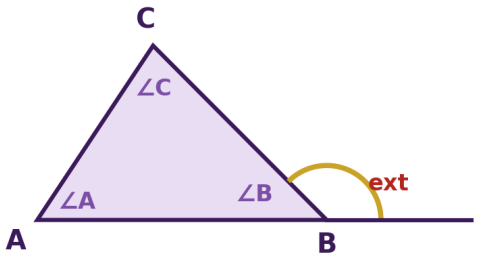
المستقيمان **a ∥ b** يقطعهما قاطع: الزوايا **1** و **3** و **5** و **7** متطابقة ، والزوايا **2** و **4** و **6** و **8** متطابقة

المثلث	
النظرية	نصها
مجموع الزوايا	$m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180°$
الزاوية الخارجية	تساوي مجموع الداخليتين البعيدتين عنها، وهي أكبر من كل منهما.
الزاوية الثالثة	إذا طابقت زاويتان في مثلث زاويتين في مثلث آخر فالزاويتان الثالثتان متطابقتان.
المثلث المتطابق الضلعين	الزاويتان المقابلتان للضلعين المتطابقين متطابقتان، والعكس صحيح.
المثلث المتطابق الأضلاع	زواياه الثلاث متطابقة وقياس كل منها $60°$.
متباينة الضلع والزاوية	الضلع الأطول يقابل الزاوية الأكبر، والزاوية الأكبر يقابلها الضلع الأطول.
متباينة المثلث	مجموع أي ضلعين أكبر من الضلع الثالث.
نظرية المفصلة	ضلعان متطابقان في مثلثين وزاوية محصورة أكبر في الأول، فالضلع الثالث أطول في الأول.
القطعة المنصفة	تصل منتصفي ضلعين، توازي الثالث وطولها نصف طوله.
منصف الزاوية	يقسم الضلع المقابل إلى جزأين نسبتهما كنسبة الضلعين الآخرين.
مركز المثلث	نقطة تقاطع المتوسطات ؛ يقسم كل متوسط بنسبة 1 : 2 من جهة الرأس.

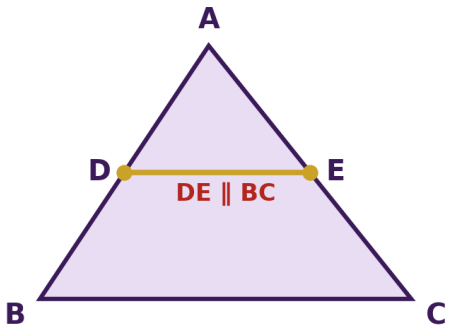
الاختبار	الشرط
SSS	تطابق الأضلاع الثلاثة.
SAS	تطابق ضلعين والزاوية المحصورة بينهما.
ASA	تطابق زاويتين والضلع المحصور بينهما.
AAS	تطابق زاويتين وضلع غير محصور بينهما.

اختبار التشابه	الشرط
AA	تطابق زاويتين في المثلثين.
SAS	تناسب ضلعين وتطابق الزاوية المحصورة بينهما.
SSS	تناسب الأضلاع الثلاثة المتناظرة.

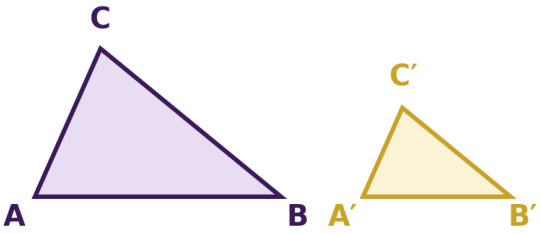
نسبة التشابه: نسبة محيطي المضلعين المتشابهين تساوي نسبة أي ضلعين متناظرين.



الزاوية الخارجية = مجموع الداخليتين البعيدتين عنها



القطعة المنصفة **DE** توازي **BC** وطولها نصف **BC**



مثلثان متشابهان: الزوايا متطابقة والأضلاع متناسبة

المضلعات والأشكال الرباعية

القانون	الصيغة
مجموع الزوايا الداخلية لمضلع عدد أضلاعه **n**	$180° \times (n - 2)$
قياس زاوية داخلية في مضلع منتظم	$180° \times (n - 2) \div n$
مجموع الزوايا الخارجية (واحدة عند كل رأس)	360° مهما كان عدد الأضلاع
قياس زاوية خارجية في مضلع منتظم	$360° \div n$

الشكل	خصائصه
متوازي الأضلاع	كل ضلعين متقابلين متوازيان ومتطابقان، وكل زاويتين متقابلتين متطابقتان، والقطران ينصف كل منهما الآخر، والزاويتان المتتاليتان متكاملتان.
المستطيل	متوازي أضلاع زواياه قوائم وقطراه متطابقان.
المعين	متوازي أضلاع أضلاعه الأربعة متطابقة وقطراه متعامدان وينصفان زواياه.
المربع	مستطيل ومعين معًا.
شبه المنحرف	فيه قاعدتان متوازيتان ؛ القطعة المتوسطة توازي القاعدتين وطولها نصف مجموعهما.
شبه المنحرف المتطابق الساقين	زاويتا كل قاعدة متطابقتان وقطراه متطابقان.

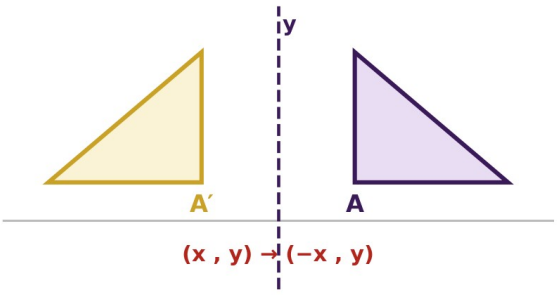
الطائرة الورقية	قطراها متعامدان، وفيها زوج واحد فقط من الزوايا المتقابلة المتطابقة.

شروط متوازي الأضلاع: يكفي تحقق أحد ما يلي: كل ضلعين متقابلين متوازيان، أو متطابقان، أو كل زاويتين متقابلتين متطابقتان، أو القطران ينصف كل منهما الآخر، أو ضلعان متقابلان متوازيان ومتطابقان.

التحويلات الهندسية

التحويل	القاعدة على النقطة (x , y)
الانعكاس حول المحور x	(x , −y)
الانعكاس حول المحور y	(−x , y)
الانعكاس حول المستقيم y = x	(y , x)
الإزاحة بمقدار a أفقيًا و b رأسيًا	(x + a , y + b)
التمدد بمعامل k مركزه نقطة الأصل	(kx , ky) ؛ معامل التمدد = الصورة ÷ الأصل
الدوران 90° عكس عقارب الساعة	(−y , x)
الدوران 180°	(−x , −y)
الدوران 270° عكس عقارب الساعة	(y , −x)

التماثل الدوراني: مقدار التماثل × رتبته = 360° ؛ أي إن رتبة التماثل ÷ 360° = أصغر زاوية دوران تطبق الشكل على نفسه.



الانعكاس حول المحور y

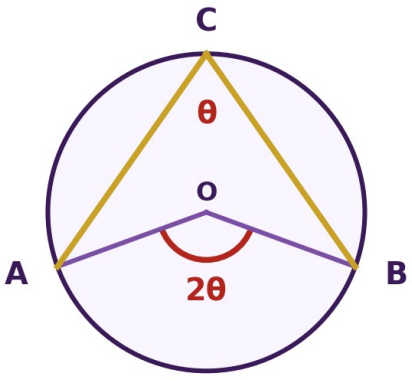
الدائرة

الموضوع	القانون
المحيط	$C = 2\pi r = \pi d$
المساحة	$A = \pi r^2$
طول القوس	$l = (x° \div 360°) \times 2\pi r$
مساحة القطاع	$(x° \div 360°) \times \pi r^2$
الزاوية المركزية	قياسها = قياس القوس المقابل لها.

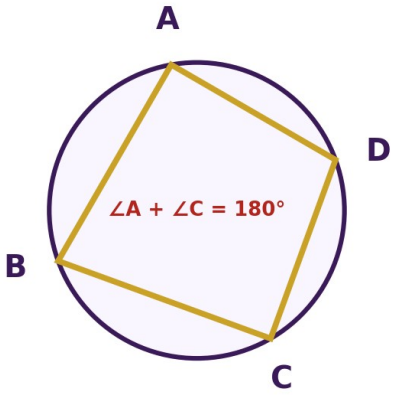
الزاوية المحيطية	قياسها = نصف قياس القوس المقابل لها ؛ والزاويتان المحيطيتان المقابلتان للقوس نفسه متطابقتان.
الزاوية المحيطية في نصف دائرة	قائمة (90°) ؛ ويقابل الزاوية القائمة المحيطية قطر.
الشكل الرباعي الدائري	كل زاويتين متقابلتين فيه متكاملتان.
المماس	عمودي على نصف القطر عند نقطة التماس.
مماسان من نقطة خارج الدائرة	القطعتان المماستان متطابقتان.

موقع رأس الزاوية	قياس الزاوية
داخل الدائرة (وتران متقاطعان)	نصف مجموع القوسين المقابلتين للزاوية وللزاوية الرأسية.
على الدائرة (مماس وقاطع)	نصف قياس القوس المقابل لها.
خارج الدائرة (مماسان أو قاطعان أو مماس وقاطع)	نصف الفرق بين القوس الأكبر والقوس الأصغر المقابلين لها.

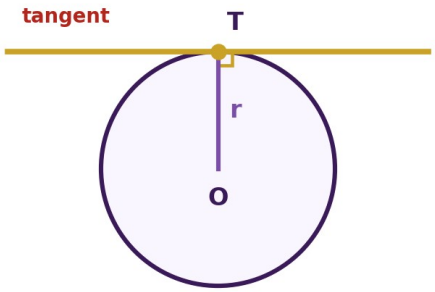
الحالة	القانون
وتران متقاطعان داخل الدائرة	$AB \cdot BC = DB \cdot BE$ (حاصل ضرب جزأي الوتر الأول = حاصل ضرب جزأي الثاني).
قاطعان من نقطة خارجية	$AB \cdot AC = AD \cdot AE$
مماس وقاطع من نقطة خارجية	(طول المماس)^2 = جزء القاطع الخارجي × القاطع كاملًا ، أي $JK^2 = JL \cdot JM$



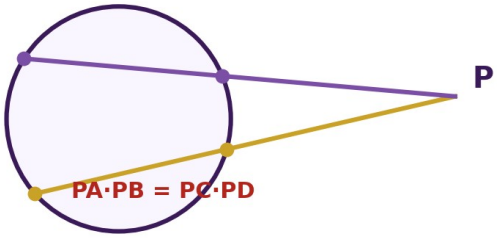
الزاوية المركزية = ضعف المحيطية المشتركة معها في القوس



الشكل الرباعي الدائري: كل زاويتين متقابلتين متكاملتان



المماس عمودي على نصف القطر عند نقطة التماس



قاطعان من نقطة خارج الدائرة: $PA \cdot PB = PC \cdot PD$

الصف الثاني الثانوي

الأعداد الحقيقية وخصائصها

المجموعة	الرمز	أمثلة
الأعداد الطبيعية	N	1 , 2 , 3 , ...
الأعداد الكلية	W	0 , 1 , 2 , 3 , ...
الأعداد الصحيحة	Z	... , −2 , −1 , 0 , 1 , 2 , ...
الأعداد النسبية	Q	أعداد تكتب على الصورة $a \div b$ ، $b \neq 0$ ؛ مثل 0.125 و $3 \div 2$ و $8 \div -7$
الأعداد غير النسبية	I	π و $\sqrt{3}$ ؛ كتابتها العشرية لا تنتهي ولا تتكرر.
الأعداد الحقيقية	R	اتحاد النسبية وغير النسبية.

الخاصية	للجمع	للضرب
الإبدال	$a + b = b + a$	$a \cdot b = b \cdot a$
التجميع	$(a + b) + c = a + (b + c)$	$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
العنصر المحايد	$a + 0 = a$	$a \cdot 1 = a$
النظير	$a + (-a) = 0$	$a \cdot (1 \div a) = 1$ ، $a \neq 0$
الانغلاق	$a + b$ عدد حقيقي	$a \cdot b$ عدد حقيقي
التوزيع	$a(b + c) = ab + ac$	$(b + c)a = ba + ca$

الدوال

الموضوع	المفهوم
الدالة	كل عنصر في المجال يرتبط بعنصر واحد فقط في المدى ؛ ويكشفها اختبار الخط الرأسي (لا يقطع المنحنى في أكثر من نقطة).

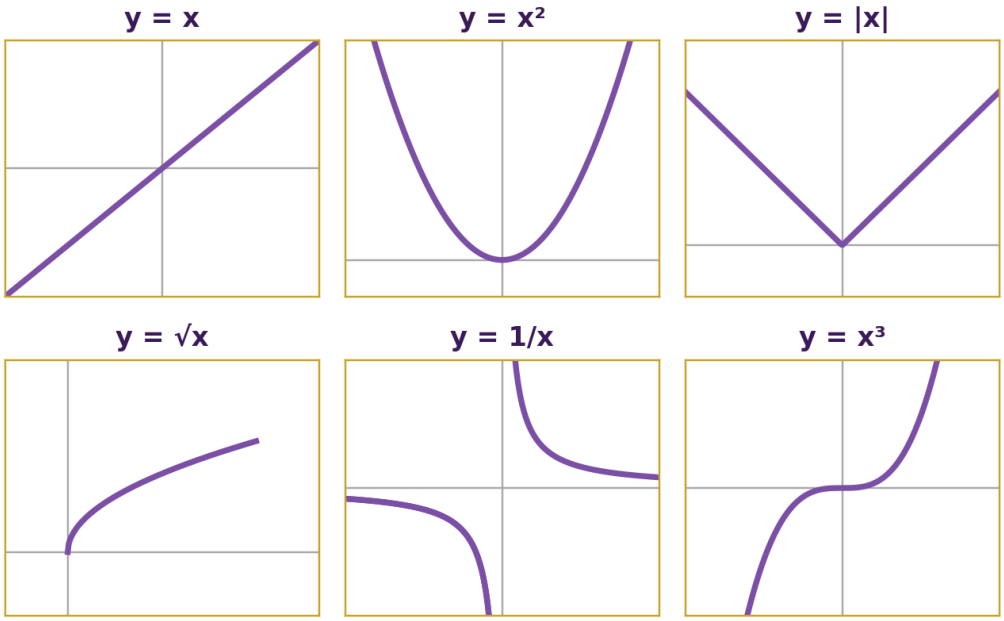
الدالة المتباينة	كل عنصر في المدى يرتبط بعنصر واحد فقط من المجال ؛ ويكشفها اختبار الخط الأفقي.
القيمة المطلقة	$f(x) = \|x\|$ ؛ المجال R والمدى $[0 , \infty)$.
أكبر عدد صحيح	$f(x) = [x]$ ؛ المجال R والمدى Z ، وتمثيلها قطع أفقية.

الدالة الأم	القاعدة	المجال	المدى
الثابتة	$f(x) = c$	R	$\{c\}$
المحايدة	$f(x) = x$	R	R
التربيعية	$f(x) = x^2$	R	$[0 , \infty)$
التكعيبية	$f(x) = x^3$	R	R
الجذر التربيعي	$f(x) = \sqrt{x}$	$[0 , \infty)$	$[0 , \infty)$
المقلوب	$f(x) = 1 \div x$	$R - \{0\}$	$R - \{0\}$
القيمة المطلقة	$f(x) = \|x\|$	R	$[0 , \infty)$

التحويل على الرسم	القاعدة
إزاحة رأسية k وحدة للأعلى / للأسفل	$f(x) + k$ / $f(x) - k$
إزاحة أفقية h وحدة لليمين / لليسار	$f(x - h)$ / $f(x + h)$
انعكاس حول المحور x	$-f(x)$
انعكاس حول المحور y	$f(-x)$

العملية على الدوال	التعريف
الجمع / الطرح	$(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x)$
الضرب	$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$
القسمة	$(f \div g)(x) = f(x) \div g(x)$ ، $g(x) \neq 0$
التركيب	$(f \circ g)(x) = f(g(x))$ ؛ ونطبق g أولًا ثم f.

الدالة العكسية	القاعدة
العلاقة العكسية	تنتج بتبديل مكاني الإحداثيين في كل زوج مرتب: (a , b) تصبح (b , a).
الخاصية	$f(a) = b$ إذا وفقط إذا كان $f^{-1}(b) = a$ ؛ و $f(f^{-1}(x)) = x$.
طريقة الإيجاد	نضع y مكان $f(x)$ ثم نبدل x و y ونحل المعادلة لإيجاد y.
المجال والمدى	مجال f^{-1} هو مدى f ، ومدى f^{-1} هو مجال f ؛ وتتماثل الدالتان حول المستقيم $y = x$.



الدوال الأم وأشكال منحنياتها

المتباينات الخطية

الرسم: الخط متقطع عندما تكون العلامة $<$ أو $>$ ، ومتصل عندما تكون $\leq$ أو $\geq$ ؛ ثم نظلل الجهة التي تحقق النقطة المختبرة (مثل $(0\ ,\ 0)$).

نظام المتباينات: منطقة الحل هي المنطقة المشتركة، ورؤوسها نقاط تقاطع المستقيمات الحدودية. إذا لم توجد منطقة مشتركة فلا حل للنظام.

البرمجة الخطية: القيمة العظمى أو الصغرى لدالة الهدف $f(x\ ,\ y)$ تقع عند أحد رؤوس منطقة الحل ؛ فنعوض إحداثيات كل رأس ونقارن.

المصفوفات

الموضوع	القانون
رتبة المصفوفة	$m \times n$ تعني m صفًّا و n عمودًا ؛ والعنصر a_{12} في الصف الأول والعمود الثاني.
شرط الضرب	يمكن ضرب $A \cdot B$ إذا كان عدد أعمدة $A =$ عدد صفوف B ؛ والناتج رتبته (صفوف A) $\times$ (أعمدة B).
عنصر حاصل الضرب	العنصر في الصف m والعمود r من $AB =$ مجموع ضرب عناصر الصف m من A في عناصر العمود r من B بالترتيب.
محددة 2×2	$\lvert a\ b\ ;\ c\ d \rvert = ad - bc$
محددة 3×3	نعيد كتابة العمودين الأول والثاني على يمين المحددة، ثم: مجموع حواصل ضرب الأقطار الرئيسية الثلاثة − مجموع حواصل ضرب الأقطار الثلاثة الأخرى.

المعكوس الضربي 2 × 2	$A^{-1} = (1 \div (ad - bc)) \times [d\ -b\ ;\ -c\ a]$، بشرط $ad - bc \neq 0$ ؛ وإن كانت المحددة 0 فلا معكوس.
مساحة المثلث بالمحددة	$A = \frac{1}{2}$ | محددة الصفوف $(x_1\ y_1\ 1)$ و $(x_2\ y_2\ 1)$ و $(x_3\ y_3\ 1)$ | (قيمة مطلقة).

الأعداد المركبة وكثيرات الحدود

القوة	i^1	i^2	i^3	i^4
القيمة	i	-1	$-i$	1

قوى i: تتكرر كل أربع قوى ؛ فنقسم الأس على 4 ونستعمل الباقي (الباقي 0 يعطي 1).
المرافق: $(a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2$
المعادلة التربيعية: $a \neq 0$، $ax^2 + bx + c = 0$، وحلها $x = (-b \pm \sqrt{(b^2 - 4ac)}) \div (2a)$.

قيمة المميز $b^2 - 4ac$	عدد الجذور ونوعها
موجب ومربع كامل	جذران حقيقيان نسبيان.
موجب وليس مربعًا كاملًا	جذران حقيقيان غير نسبيين.
صفر	جذر حقيقي مكرر مرتين.
سالب	جذران مركبان مترافقان.

الموضوع	القانون
نظرية الباقي	باقي قسمة $f(x)$ على $(x - a)$ يساوي $f(a)$.
نظرية العامل	$(x - a)$ عامل لـ $f(x)$ إذا وفقط إذا كان $f(a) = 0$.
فرق مربعين	$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
فرق مكعبين	$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$
مجموع مكعبين	$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
المربع الكامل	$a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$
قاعدة ديكارت للإشارات	عدد الأصفار الحقيقية الموجبة لـ $P(x)$ = عدد مرات تغير إشارة معاملاته أو أقل منه بعدد زوجي ؛ والسالبة بالطريقة نفسها مع $P(-x)$.

الجذور والأسس

الموضوع	القانون
الجذر النوني	إذا كان a^n = b فإن a جذر نوني للعدد b ؛ مثل: $(-3)^4 = 81$ فـ -3 جذر رابع للعدد 81.

n زوجي و **a** موجب	جذر حقيقي موجب وجذر حقيقي سالب ؛ والجذر الرئيسي هو الموجب.
n فردي	جذر حقيقي واحد لكل عدد حقيقي، وإشارته كإشارة العدد.
n زوجي و **a** سالب	لا يوجد جذر حقيقي.
ضرب الجذور	$n\sqrt{(ab)} = n\sqrt{a} \cdot n\sqrt{b}$
قسمة الجذور	$n\sqrt{(a \div b)} = n\sqrt{a} \div n\sqrt{b}$ ، $b \neq 0$
الأس النسبي	$b^{(1/n)} = n\sqrt{b}$ ؛ و $b^{(m/n)} = (n\sqrt{b})^m = n\sqrt{(b^m)}$

قوانين الأسس	القانون
الضرب والقسمة	$x^n \cdot x^m = x^{(n+m)}$ ؛ $x^n \div x^m = x^{(n-m)}$ ، $x \neq 0$
قوة القوة	$(x^n)^m = x^{(nm)}$
قوة الضرب والقسمة	$(xy)^n = x^n y^n$ ؛ $(x \div y)^n = x^n \div y^n$ ، $y \neq 0$
الأس صفر والسالب	$x^0 = 1$ ، $x \neq 0$ ؛ $a^{(-x)} = 1 \div a^x$ ؛ $(a \div b)^{(-x)} = (b \div a)^x$
تنبيه	$(x + y)^n$ لا تساوي $x^n + y^n$.
حل معادلة أسية	$a^x = a^y$ إذا وفقط إذا كان $x = y$ ، حيث $a > 0$ و $a \neq 1$.

الصف الثالث الثانوي

الدوال النسبية والتغير

الموضوع	القانون
دالة المقلوب	$f(x) = 1 \div x$ ؛ المجال والمدى $R - \{0\}$ ، ومحورا التقارب $x = 0$ و $y = 0$.
الصيغة العامة	$f(x) = a \div (x - h) + k$ ؛ التقارب الرأسي $x = h$ والأفقي $y = k$ ، والمدى $\{f(x) \mid f(x) \neq k\}$.
خط التقارب الرأسي	للدالة $a(x) \div b(x)$ عند أصفار المقام $b(x) = 0$ (بعد حذف العوامل المشتركة).
خط التقارب الأفقي	درجة البسط < درجة المقام: $y = 0$ ؛ الدرجتان متساويتان: $y =$ (المعامل الرئيس للبسط) ÷ (المعامل الرئيس للمقام) ؛ درجة البسط أكبر: لا يوجد.

نوع التغير	الصيغة
الطردي	$y = kx$ ؛ $y_1 \div x_1 = y_2 \div x_2$
العكسي	$xy = k$ ؛ $y = k \div x$
المشترك	$y = kxz$
المركب	$y_1z_1 \div x_1 = y_2z_2 \div x_2$ (طردي مع x وعكسي مع z)

المتتابعات والمتسلسلات

النوع	الحد النوني	مجموع **n** حدًا
الحسابية	$a_n = a_1 + (n - 1)d$	$S_n = (n \div 2)[2a_1 + (n - 1)d]$
الهندسية	$a_n = a_1 \cdot r^{(n-1)}$	$S_n = a_1(1 - r^n) \div (1 - r)$ ، $r \neq 1$
الهندسية اللانهائية	—	$S = a_1 \div (1 - r)$ ، بشرط $\|r\| < 1$

موضوع	القانون
مفكوك $(a + b)^n$	عدد حدوده $n + 1$ ؛ أس a يبدأ من n وينقص واحدًا في كل حد، وأس b يبدأ من 0 ويزيد واحدًا ؛ ومجموع الأسس في كل حد $= n$.
الحد العام	$C(n , k) \cdot a^{(n-k)} \cdot b^k$ حيث $k = 0 , 1 , \dots , n$ ؛ والمعاملات متماثلة من الطرفين.
الاستقراء الرياضي	1) نبرهن صحة الجملة عند $n = 1$. 2) نفرض صحتها عند $n = k$. 3) نبرهن صحتها عند $n = k + 1$.

الاحتمالات

الموضوع	القانون
المضروب	$n! = n \times (n - 1) \times \dots \times 1$ ؛ و $0! = 1$ ؛ و $n! \div n = (n - 1)!$
مبدأ العد	عدد النواتج = حاصل ضرب عدد الخيارات في كل مرحلة.
التباديل	$P(n , r) = n! \div (n - r)!$
التباديل الدائرية	عدد الترتيبات حول دائرة $(n - 1)!$
التوافيق	$C(n , r) = n! \div (r! (n - r)!)$
الاحتمال الهندسي	طول (أو مساحة) الجزء المطلوب ÷ طول (أو مساحة) الكل.

الحالة	القانون
حادثتان مستقلتان	$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$
حادثتان غير مستقلتين	$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B\|A)$

الاحتمال الشرطي	$P(B\|A) = P(A \cap B) \div P(A)$ ، $P(A) \neq 0$
حادثتان متنافيتان	$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
حادثتان غير متنافيتين	$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
المتممة	$P(A') = 1 - P(A)$

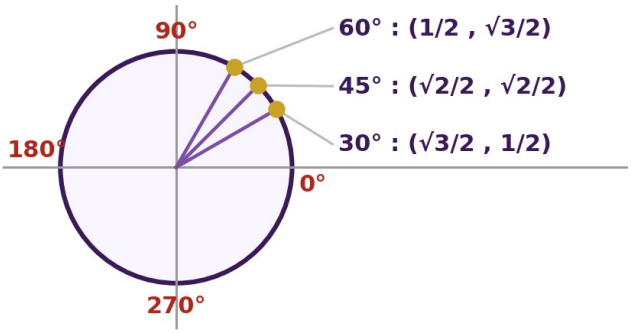
حساب المثلثات

النسبة	المثلث القائم	دائرة الوحدة / نقطة (x, y) على بعد r
$\sin \theta$	المقابل ÷ الوتر	$y \div r$
$\cos \theta$	المجاور ÷ الوتر	$x \div r$
$\tan \theta$	المقابل ÷ المجاور	$y \div x$
$\csc \theta$	الوتر ÷ المقابل $\sin \theta$ = 1 ÷	$r \div y$
$\sec \theta$	الوتر ÷ المجاور $\cos \theta$ = 1 ÷	$r \div x$
$\cot \theta$	المجاور ÷ المقابل $\tan \theta$ = 1 ÷	$x \div y$

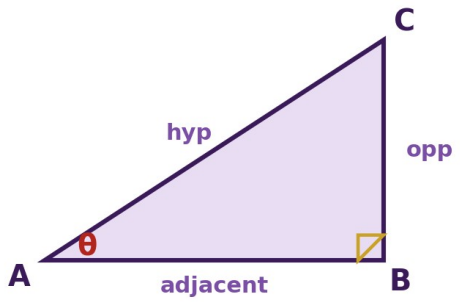
الموضوع	القانون
التحويل بين القياسين	الدرجات إلى راديان: $\times \pi \div 180°$ ؛ الراديان إلى درجات: $\times 180° \div \pi$
طول القوس	$S = r\theta$ (بالراديان θ)
الزاوية المرجعية	الزاوية الحادة بين ضلع الانتهاء ومحور x.
إشارات النسب	الربع الأول: الكل موجب ؛ الثاني: sin فقط ؛ الثالث: tan فقط ؛ الرابع: cos فقط.
معكوس النسب	إذا كان $\sin A = x$ فإن $A = \sin^{-1} x$ ؛ وكذلك $\cos^{-1}$ و $\tan^{-1}$.
الدالتان $y = a \sin b\theta$ و $y = a \cos b\theta$	السعة $\|a\|$ ؛ طول الدورة $\|b\| = 2\pi \div \|b\| = 360° \div$
الدالة $y = a \tan b\theta$	لا سعة لها ؛ طول الدورة $\|b\| = \pi \div \|b\| = 180° \div$
مساحة المثلث	$\frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} ac \sin B = \frac{1}{2} bc \sin A$
قانون الجيب	$\sin A \div a = \sin B \div b = \sin C \div c$
قانون جيب التمام	$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ ؛ $\cos A = (b^2 + c^2 - a^2) \div (2bc)$

المتطابقات	القانون
النسبية	$\tan \theta = \sin \theta \div \cos \theta$ ؛ $\cot \theta = \cos \theta \div \sin \theta$
فيثاغورس	$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ ؛ $\tan^2 \theta + 1 = \sec^2 \theta$ ؛ $\cot^2 \theta + 1 = \csc^2 \theta$

مجموع زاويتين وفرقهما	$\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B$ $\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B$ $\tan(A \pm B) = (\tan A \pm \tan B) \div (1 \mp \tan A \tan B)$
ضعف الزاوية	$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$ $\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta = 2\cos^2 \theta - 1 = 1 - 2\sin^2 \theta$ $\tan 2\theta = 2 \tan \theta \div (1 - \tan^2 \theta)$
نصف الزاوية	$\sin (\theta \div 2) = \pm \sqrt{((1 - \cos \theta) \div 2)}$ $\cos (\theta \div 2) = \pm \sqrt{((1 + \cos \theta) \div 2)}$ $\tan (\theta \div 2) = \pm \sqrt{((1 - \cos \theta) \div (1 + \cos \theta))}$



دائرة الوحدة وإحداثيات الزوايا الخاصة



النسب المثلثية في المثلث القائم: $\sin \theta = opp \div hyp$ ، $\cos \theta = adj \div hyp$ ، $\tan \theta = opp \div adj$

القطوع المخروطية

القطع	المعادلة القياسية	عناصره
الدائرة	$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$	المركز (h , k) ونصف القطر r.
المكافئ المفتوح أفقيًا	$(y - k)^2 = 4C(x - h)$	الرأس (h , k) ، البؤرة $(h + C , k)$ ، الدليل $x = h - C$ ، المحور $y = k$.
المكافئ المفتوح رأسيًا	$(x - h)^2 = 4C(y - k)$	الرأس (h , k) ، البؤرة $(h , k + C)$ ، الدليل $y = k - C$ ، المحور $x = h$.
طول الوتر البؤري للمكافئ	$\lvert 4C \rvert$	$C > 0$ يفتح نحو اليمين أو الأعلى ، و $C < 0$ عكس ذلك.

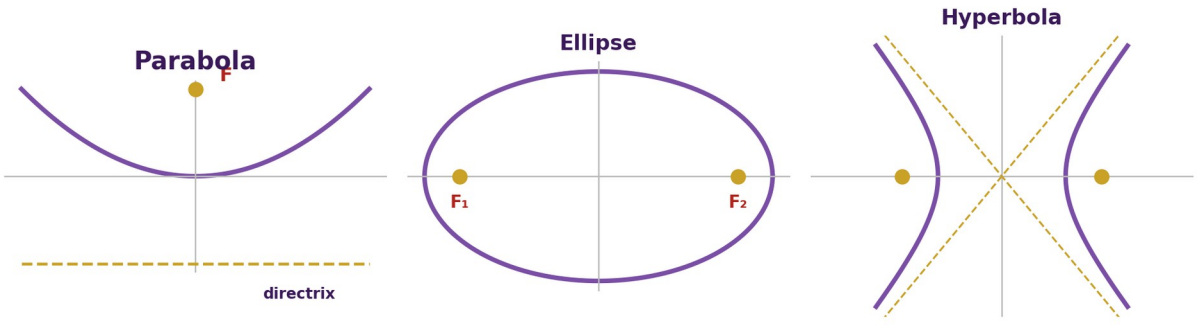
القطع الناقص	أفقي	رأسي
المعادلة	$(x - h)^2 \div a^2 + (y - k)^2 \div b^2 = 1$	$(y - k)^2 \div a^2 + (x - h)^2 \div b^2 = 1$
المركز	(h , k)	(h , k)
البؤرتان	$(h \pm c , k)$	$(h , k \pm c)$
الرأسان	$(h \pm a , k)$	$(h , k \pm a)$
الرأسان المرافقان	$(h , k \pm b)$	$(h \pm b , k)$

المحور الأكبر	طوله $2a$ ، $y = k$	طوله $2a$ ، $x = h$
المحور الأصغر	طوله $2b$ ، $x = h$	طوله $2b$ ، $y = k$

العلاقة في الناقص: $c^2 = a^2 - b^2$ ، $a > b$ ، والاختلاف المركزي $e = c \div a$ حيث $0 < e < 1$.

القطع الزائد	محوره القاطع أفقي	محوره القاطع رأسي
المعادلة	$(x - h)^2 \div a^2 - (y - k)^2 \div b^2 = 1$	$(y - k)^2 \div a^2 - (x - h)^2 \div b^2 = 1$
المركز	(h , k)	(h , k)
الرأسان	$(h \pm a , k)$	$(h , k \pm a)$
البؤرتان	$(h \pm c , k)$	$(h , k \pm c)$
المحور القاطع	طوله $2a$ ، $y = k$	طوله $2a$ ، $x = h$
خطا التقارب	$y - k = \pm (b \div a)(x - h)$	$y - k = \pm (a \div b)(x - h)$

العلاقة في الزائد: $c^2 = a^2 + b^2$ ؛ وطول البعد البؤري $2c$.

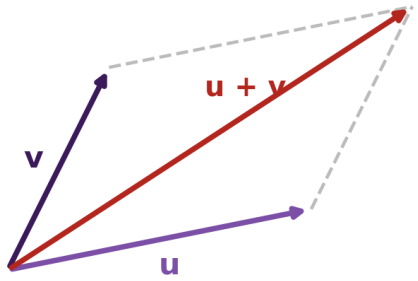


القطوع المخروطية: المكافئ والناقص والزائد

المتجهات

الموضوع	القانون
المتجه من $A(x_1 , y_1)$ إلى $B(x_2 , y_2)$	$AB = \langle x_2 - x_1 , y_2 - y_1 \rangle = (x_2 - x_1)i + (y_2 - y_1)j$
طول المتجه	$\lvert v \rvert = \sqrt{(a^2 + b^2)}$ ؛ وفي الفضاء $\lvert v \rvert = \sqrt{(a^2 + b^2 + c^2)}$
متجه الوحدة	$u = v \div \lvert v \rvert$
المركبتان	الأفقية $\lvert v \rvert \cos \theta$ والرأسية $\lvert v \rvert \sin \theta$
الضرب الداخلي	$\langle a , b \rangle \cdot \langle c , d \rangle = ac + bd$
الزاوية بين متجهين	$\cos \theta = (u \cdot v) \div (\lvert u \rvert \lvert v \rvert)$
التعامد	المتجهان متعامدان إذا وفقط إذا كان $u \cdot v = 0$.
الضرب الاتجاهي (في الفضاء)	$a \times b =$ محددة $(i\ j\ k\ ;\ a_1\ a_2\ a_3\ ;\ b_1\ b_2\ b_3)$ ؛ ناتجه متجه عمودي على a و b ، أي $(a \times b) \cdot a = 0$.

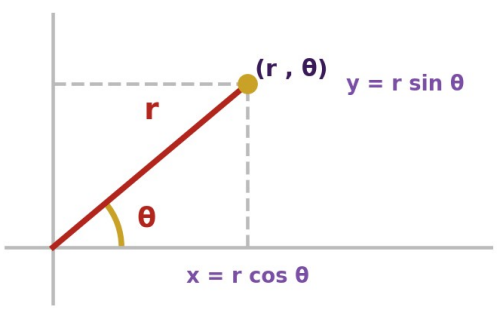
منتصف القطعة في الفضاء	$((x_1 + x_2) \div 2 , (y_1 + y_2) \div 2 , (z_1 + z_2) \div 2)$



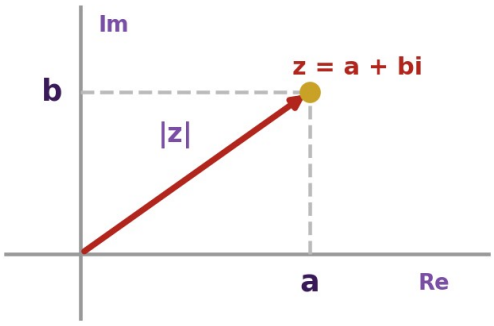
جمع المتجهات: $\mathbf{u} + \mathbf{v}$ قطر متوازي الأضلاع

الإحداثيات القطبية والأعداد المركبة

الموضوع	القانون
من قطبي إلى ديكارتي	$x = r \cos \theta$ ؛ $y = r \sin \theta$ ، مثل $(5\sqrt{3} , 5) \leftarrow (10 , 30°)$
من ديكارتي إلى قطبي	$r = \sqrt{(x^2 + y^2)}$ ؛ $\theta = \tan^{-1} (y \div x)$ (مع مراعاة الربع) ؛ مثل $(2 , 60°) \leftarrow (1 , \sqrt{3})$
صور النقطة (r , θ)	$(r , \theta \pm 360°)$ ؛ $(-r , \theta \pm 180°)$
المسافة بين نقطتين قطبيتين	$AB = \sqrt{(r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2 \cos(\theta_2 - \theta_1))}$
العدد المركب	$z = x + yi = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ ؛ r هو المقياس و θ السعة.
الضرب والقسمة	$z_1z_2 = r_1r_2[\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2)]$ $z_1 \div z_2 = (r_1 \div r_2)[\cos(\theta_1 - \theta_2) + i \sin(\theta_1 - \theta_2)]$ ، $z_2 \neq 0$
نظرية ديموافر	$z^n = r^n (\cos n\theta + i \sin n\theta)$ ، n عدد صحيح موجب
الجذور النونية	$r^{(1/n)} [\cos((\theta + 2\pi k) \div n) + i \sin((\theta + 2\pi k) \div n)]$ ، $k = 0 , 1 , \dots , n - 1$



الإحداثيات القطبية (r , θ)

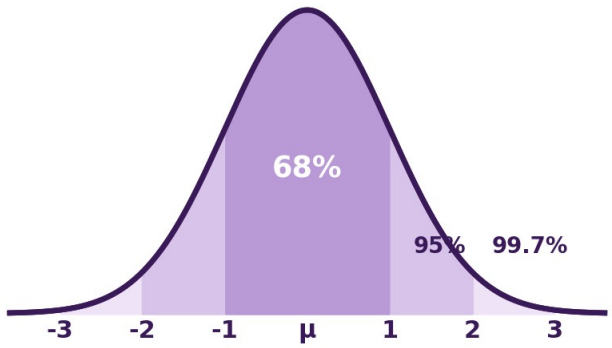


العدد المركب $\mathbf{z = a + bi}$ في المستوى المركب

الإحصاء والاحتمال

المقياس	يستعمل عندما
المتوسط الحسابي	لا توجد قيم متطرفة في البيانات.
الوسيط	توجد قيم متطرفة ولا توجد فجوات كبيرة في منتصف البيانات ؛ وهو القيمة الوسطى بعد الترتيب.
المنوال	توجد قيمة تتكرر أكثر من غيرها ولا تكون في الأطراف.

الموضوع	القانون
الانحراف المعياري للمجتمع	$\sigma = \sqrt{(\Sigma(x_k - \mu)^2 \div n)}$
الانحراف المعياري للعينة	$s = \sqrt{(\Sigma(x_k - \bar{x})^2 \div (n - 1))}$
هامش خطأ المعاينة	$\pm 1 \div \sqrt{n}$ حيث n حجم العينة.
القيمة المتوقعة	$E(X) = \Sigma\ x_i \cdot p(x_i)$ ؛ ومجموع الاحتمالات $= 1$ مع $0 \le p(x) \le 1$.
التوزيع الطبيعي	يتمركز حول المتوسط وهو يساوي الوسيط والمنوال ؛ 68% من القيم ضمن انحراف معياري واحد، و 95% ضمن اثنين، و 99.7% ضمن ثلاثة.
ذو الحدين	$p + q = 1$ ، $p(x) = C(n\ ,\ x)\ p\text{^}x\ q\text{^}(n-x)$ ؛ المتوسط $\mu = np$ ، والتباين $\sigma^2 = npq$ ، والانحراف $= \sqrt{(npq)}$.



التوزيع الطبيعي: **68%** و **95%** و **99.7%**

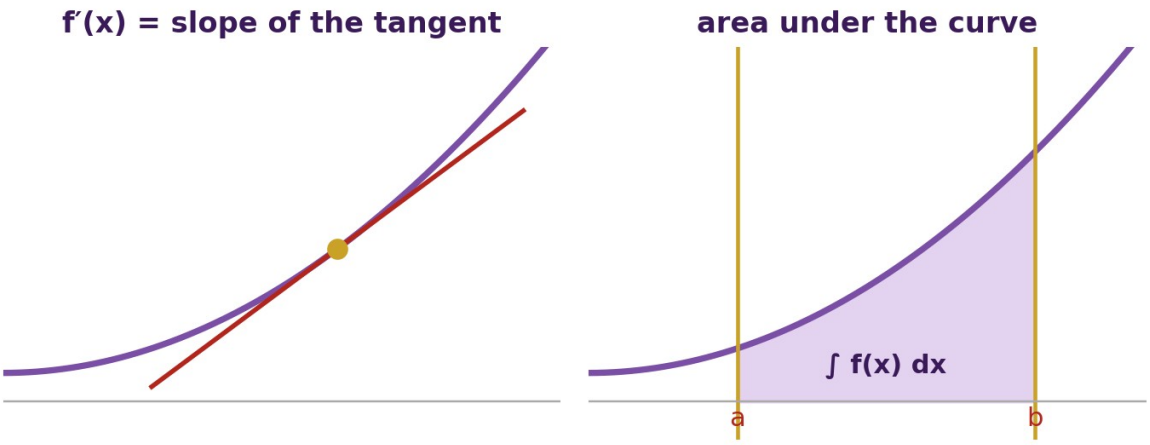
النهايات والاشتقاق والتكامل

النهاية	الطريقة
التعويض المباشر	نعوض قيمة x في الدالة إذا كانت معرفة عندها.
كمية غير معينة $0 \div 0$	نحلل ونختصر العوامل المشتركة ثم نعوض ؛ مثل $\lim (x^2 - 4) \div (x - 2) = \lim (x + 2) = 4$ عندما $x \to 2$.

النهاية عند ما لا نهاية لكثيرة حدود	نأخذ الحد ذا الأس الأكبر فقط.
دالة نسبية عند ∞	درجة البسط > المقام: 0 ؛ الدرجتان متساويتان: نسبة المعاملين الرئيسين (مثل $(3x - 5) \div (5x + 4) \to 3 \div 5$) ؛ درجة البسط أكبر: ∞ (أو −∞).
وجود النهاية	تنتهي f(x) عند c إذا تساوت النهايتان من اليمين ومن اليسار.
الاتصال عند c	f(c) موجودة ، والنهاية عند c موجودة ، و = f(c) النهاية.

المشتقة	القانون
القوة	$f(x) = x^n \leftarrow f'(x) = n\ x^{(n-1)}$
الثابت	$f(x) = k \leftarrow f'(x) = 0$
ضرب دالتين	$(a \cdot b)' = a' \cdot b + a \cdot b'$
قسمة دالتين	$(a \div b)' = (a' \cdot b - a \cdot b') \div b^2$
الميل والسرعة	ميل المماس عند نقطة f' = عندها ؛ والسرعة $v(t) = S'(t)$.
القيم الحرجة	عند $f'(x) = 0$ ، وعند قيم x التي تجعل المشتقة غير معرفة ، وعند طرفي الفترة المعطاة.

التكامل	القانون
غير المحدد	$\int x^n\,dx = x^{(n+1)} \div (n + 1) + c$ ، $n \neq -1$
الثابت	$\int k\,dx = kx + c$
المحدد (المساحة تحت المنحنى)	$\int$ من a إلى b للدالة $f(x)\,dx = F(b) - F(a)$
مثال	$\int$ من 1 إلى 3 للدالة $4x^3\,dx = 3^4 - 1^4 = 80$



المشتقة ميل المماس ، والتكامل المحدد مساحة تحت المنحنى

مشتقات وتكاملات إضافية

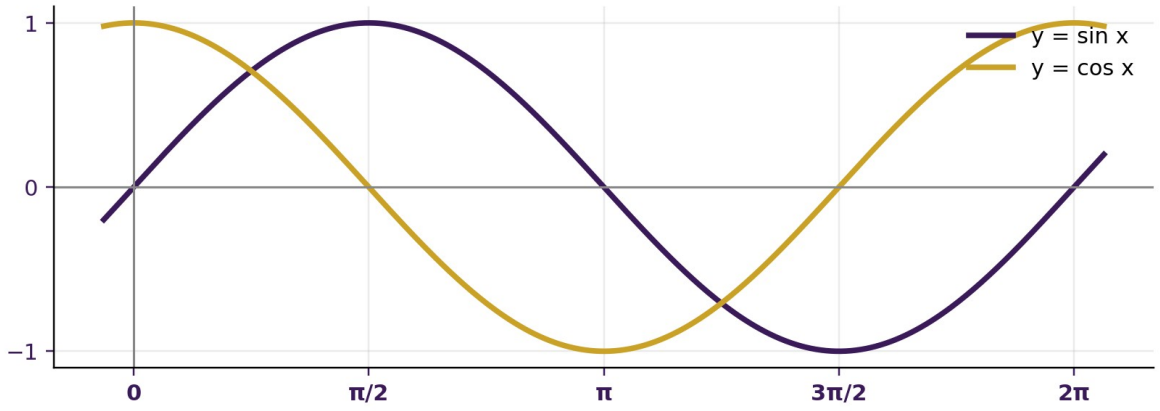
الدالة	المشتقة
f(x) = √x	f′(x) = 1 ÷ (2√x)
f(x) = 1 ÷ x	f′(x) = −1 ÷ x²
f(x) = sin x	f′(x) = cos x
f(x) = cos x	f′(x) = −sin x
f(x) = e^x	f′(x) = e^x
f(x) = ln x	f′(x) = 1 ÷ x ، x > 0

التكامل	الناتج
∫ cos x dx	sin x + c
∫ sin x dx	−cos x + c
∫ e^x dx	e^x + c
∫ 1 ÷ x dx	ln |x| + c

تذكير: مشتقة مجموع دالتين = مجموع مشتقتيهما ، ومشتقة (k · f)′ = k · f′.

تذكير: التكامل المحدد يتغير إشارته إذا تبادل حدّاه: ∫ من a إلى b = − ∫ من b إلى a.

تذكير: قاعدة السلسلة: مشتقة f(g(x))′ = f′(g(x)) · g′(x).



منحنيا الجيب وجيب التمام ودورتهما **2π**